

Prof. Dr. Alfred Toth

## Gleichungen aus Anzahlen und Zahlen

1. Die folgende "Rechenaufgabe", die der Zeitung "20-minutes" (21.2.2016) entnommen ist (und die darüber hinaus um die ganze Welt gegangen ist),

$$\text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 30$$

$$\text{🍏} + \text{🍌} + \text{🍌} = 18$$

$$\text{🍌} - \text{🥥} = 2$$

$$\text{🥥} + \text{🍏} + \text{🍌} = ??$$

scheint eine einfache Lösung zu haben

$?? = 15$ .

Diese Lösung beruht darauf, daß man in der ersten Gleichung

Tomate = 10

setzt. Daraus folgt unmittelbar, daß

Bananen = 4

sein muß, und hieraus folgt, daß

Kokosnüsse = 2

sein muß.

2. Diese "Rechnung" ist allerdings aus mehreren Gründen unsinnig.

2.1. Erstens werden Anzahlen und Zahlen vermengt. Anzahlen können nur von Objekten, d.h. von Qualitäten – wie Tomaten, Bananen und Kokosnüssen – gebildet werden. Für Zahlen hingegen gilt, daß sie rein quantitativ definiert sind:

**Bei Bestimmungen, oder Ausmessungen der Größen von allen Arten, kömmt es also darauf an, daß erstlich eine gewisse bekannte Größe von gleicher Art fest**

**fest gesetzt werde (welche das Maas, oder die Einheit, genennet wird), und also von unserer Willkühr lediglich abhängt; hernach, daß man bestimme, in was für einem Verhältnisse die vorgegebene Größe gegen dieses Maas stehe, welches jederzeit durch Zahlen angezeigt wird, so daß eine Zahl nichts anders ist als das Verhältniß, worinnen eine Größe gegen eine andere, welche für die Einheit angenommen wird, steht.**

(Euler 1771, S. 4 f.)

Wie in Toth (2015) gezeigt worden war, sind die semiotischen Basen für Zahlen, Anzahlen und Nummern verschieden

Zahl := (M)

↓

Anzahl:= (M → (M → O))

↓

Nummer: = (M → ((M → O) → (M → O → I))).

2.2. Zweitens werden Einzelobjekte (Tomaten), Mengen von Qualitäten (4 Bananen) und Halbierungen, d.h. Divisionen von Objekten (1/2 Kokosnuss)

gleich behandelt. Setzt man nämlich die effektiven Anzahlen der Früchte ein, so kommen höchstens anzahlig, nicht aber zahlig lösbare Gleichungen heraus, vgl. z.B.

$$1 \text{ Tomate} + 1 \text{ Tomate} + 1 \text{ Tomate} = 3 \text{ Tomaten}$$

$$1 \text{ Tomate} + 4 \text{ Bananen} + 4 \text{ Bananen} = 1 \text{ Tomate} + 8 \text{ Bananen}$$

$$4 \text{ Bananen} - (2 \text{ mal } \frac{1}{2} \text{ Kokosnuß}) = ??$$

$$\frac{1}{2} \text{ Kokosnuss} + 1 \text{ Tomate} + 4 \text{ Bananen} = ??$$

Während die erste ??-Gleichung sowohl anzahlig, als auch zahlig unlösbar ist, kann man die zweite ??-Gleichung in altbewährter Weise durch 5  $\frac{1}{2}$  Früchte lösen, d.h. indem man Anzahlen auf Zahlen reduiert, d.h. die semiotische Transformation

$$\begin{array}{l} \tau: \quad \text{Zahl} := (M) \\ \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \text{Anzahl} := (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \end{array}$$

anwendet.

Literatur

Euler, Leonhard, Vollständige Anleitung zur Algebra. St. Petersburg 1771

Toth, Alfred, Die mathematische Trinität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

29.2.2016